

Übungsaufgaben Analysis I

Blatt 7

Beth Scorer, 5643272
Fabian Schulz, 5575935
Thomas Dettbarn, 5610641

6. April 2004

1.) Man berechne im Konvergenzfall den Grenzwert der Folge (a_n) mit $a_n = \frac{x^n - n}{x^n + n}$, ($x \in \mathbb{R}_{>0}$), $a_n = \frac{1}{2^n} \binom{n}{k}$, ($k \in \mathbb{N}_0$), $a_n = \sqrt[n]{a^n + b^n + c^n}$, ($a, b, c \in \mathbb{R}_{>0}$).

2.) Seien $a, b \in \mathbb{R}$. Definiere die Folge (a_n) durch $a_0 := a$, $a_1 := b$, $a_n := \frac{1}{2}(a_{n-1} + a_{n-2})$ für $n \geq 2$.

3.) Man berechne

(i) $\sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}}$, d.h. den Limes der Folge (a_n) mit $a_0 = 1$ und $a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$ für $n \in \mathbb{N}_0$

(ii) $1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \dots}}}$, d.h. den Limes der Folge a_n mit $a_0 = 1$ und $a_{n+1} =$

$1 + \frac{1}{a_n}$. Man zeige $|a_n - g| \leq \frac{1}{g^n + 1}$, $\left(g = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right)$

4.) Sei (s_n) eine Folge in $\mathbb{C}$, sei $\sigma_n := \frac{1}{n}(s_1 + \dots + s_n)$.

a.) Man zeige: Aus $s_n \rightarrow s$ folgt $\sigma_n \rightarrow s$.

b.) Man gebe eine divergierende Folge (s_n) an, für die (σ_n) konvergiert.